

PROGRAM NAME: SAP2000
REVISION NO.: 0

算例 1-013

框架 – 弹性地基上的简单支撑梁

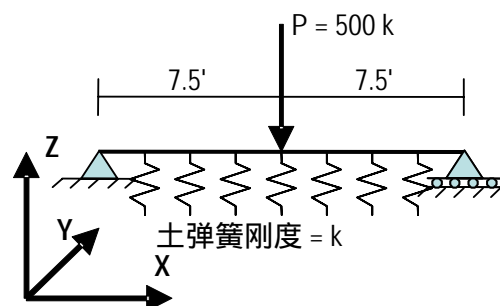
例题注释

本算例使用了弹性地基上简单支撑梁来验证 SAP2000 中框架线弹簧的指定。这个梁宽 36 in，高 36in, 15 米长,并且土的弹性模量为 800 k/ft^3 。一个 500 kip 竖向荷载作用在梁的中心，并且忽略梁的自重。梁跨中的弯矩和挠度将与使用 Timoshenko 1956 发表的方法进行的手算结果相比较。

模型是由两个长度分别为 7.5 米的框架梁对象构成。生成三个独立的模型。除了其中两个框架对象是离散的以外，模型是相同的。模型 A、B 和 C 中每个框架对象分别被离散为 1、4 和 100 个框架线单元。

重要注释:在分析中，只考虑弯曲变形，忽略剪切变形和轴向变形。在 SAP2000 中，这是通过设定面积属性修改系数为 1000，并且设定剪切截面面积为 0 来实现的。

几何、属性和荷载参数



梁材料属性

$$E = 3,600 \text{ k/in}^2$$

土的属性

$$\begin{aligned} k &= \text{基础的模量} \\ &= \text{梁宽} * \text{地基模量} \\ &= 3 \text{ ft} * 800 \text{ k/ft}^3 \\ &= 2,400 \text{ k/ft}^2 \end{aligned}$$

梁截面属性

$$\begin{aligned} b &= 36 \text{ in} \\ d &= 36 \text{ in} \\ I &= 139,968 \text{ in}^4 \end{aligned}$$

校验的 SAP2000 的技术特色

- 框架线弹簧的指定
- 弹性地基上梁的静力验算
- 框架线单元自动细分

结果对比

手算解是使用 Timoshenko 1956 , P23 第三个问题中的公式 , 进行的手算结果。

| 模型 | 单元 细分 数量 | 输出参数 | SAP2000 | 手算解 | 差异百分比 |
|----|----------------|--------------------|----------|----------|--------|
| A | 1 | $U_z(jt\ 2)\ in$ | -0.08854 | -0.08933 | -0.88% |
| | | $M_y(jt\ 2)\ k-in$ | 16,524 | 17,698 | -8.16% |
| B | 4 | $U_z(jt\ 2)\ in$ | -0.08933 | -0.08933 | 0% |
| | | $M_y(jt\ 2)\ k-in$ | 17,634 | 17,698 | -0.36% |
| C | 100 | $U_z(jt\ 2)\ in$ | -0.08933 | -0.08933 | 0% |
| | | $M_y(jt\ 2)\ k-in$ | 17,698 | 17,698 | 0% |

计算模型文件:Example 1-013a, Example 1-013b, Example 1-013c

结论

当框架梁对象细分数量足够的时 , SAP2000 计算的结果与手算结果精确的吻合。

手算结果

From Problem 3 on page 23 of Timoshenko 1956

$$Y_c = \frac{PB}{2K} \frac{\sinh BL - \sin BL}{\cosh BL + \cos BL}$$

$$M_c = \frac{P}{4B} \frac{\sinh BL + \sin BL}{\cosh BL + \cos BL}$$

where,

Y_c = center deflection

M_c = center Moment

P = Center concentrated load

L = Beam length

K = Modulus of foundation (Force/Length²)

E = Modulus of elasticity of beam

I_z = Moment of inertia of Beam

$$B = 4 \sqrt{\frac{K}{4EI}}$$

$$P = 500 \text{ k}$$

$$L = 15 \text{ ft} = 180 \text{ in}$$

$$K = \left(\frac{2400 \text{ K}}{\text{ft}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ ft}^2}{144 \text{ in}^2} \right) = 16.66666667 \frac{\text{K}}{\text{in}^2}$$

$$E = 3600 \text{ K/in}^2$$

$$I = \frac{36 \times 36^3}{12} = 139968 \text{ in}^4$$

$$B = \sqrt[4]{\frac{16.66666667}{4 \times 3600 \times 139968}} = \frac{0.009535959}{\text{in}}$$

$$BL = 0.009535959 \times 180 = 1.71647262$$

$$\begin{aligned} Y_c &= \frac{500 \times 0.009535959}{2 \times 16.66666667} \frac{\sinh(1.71647262) - \sin(1.71647262 \text{ rad})}{\cosh(1.71647262) + \cos(1.71647262 \text{ rad})} \\ &= 0.14303939 \left(\frac{2.6725828 - 0.9994080}{2.8722817 + (-0.1451616)} \right) \end{aligned}$$

$$Y_c = \underline{\underline{0.08933 \text{ in} \downarrow}}$$

$$\begin{aligned} M_c &= \frac{500}{4 \times 0.009535959} \frac{\sinh(1.71647262) + \sin(1.71647262 \text{ rad})}{\cosh(1.71647262) + \cos(1.71647262 \text{ rad})} \\ &= 13108.278 \left(\frac{2.6725828 + 0.9994080}{2.8722817 + (-0.1451616)} \right) \end{aligned}$$

$$M_c = \underline{\underline{17698 \text{ k-in}}}$$